

Algemodel

Karl Iver Dahl-Madsen

September 2024

1. Algebiomassekoncentration (A)

Ændringen i algebiomassekoncentration over tid er givet ved:

$$\frac{dA}{dt} = \mu A - mA - \frac{A}{\tau} \quad (1)$$

Hvor:

- A er algebiomassekoncentrationen (mg/L)
- μ er den specifikke væksthastighed (dag^{-1})
- m er tabsraten (dag^{-1})
- τ er søens opholdstid (dage)

2. Uorganisk Fosforkoncentration (P_{uorg})

Ændringen i uorganisk fosforkoncentration over tid er givet ved:

$$\frac{dP_{uorg}}{dt} = -\left(\frac{\mu}{Y}A\right) + m q_P A + \frac{1}{\tau}(P_{in} - P_{uorg}) \quad (2)$$

Hvor:

- P_{uorg} er uorganisk fosforkoncentration (mg/L)
- Y er vækstydelseren (mg alger/mg P)
- q_P er fosforkvotienten i alger (mg P/mg alger)
- P_{in} er fosforkoncentrationen i tilført vand (mg/L)

3. Specifik Væksthastighed (μ)

Den specifikke væksthastighed afhænger af næringsstoffbegrænsning, lysbegrænsning og temperatur:

$$\mu = \mu_{max}(T) \cdot f_P(P_{uorg}) \cdot f_I(I_{eff}) \quad (3)$$

3.1 Næringsstoffbegrænsningsfunktion (f_P)

$$f_P(P_{uorg}) = \frac{P_{uorg}}{K_s + P_{uorg}} \quad (4)$$

Hvor:

- K_s er halv-mætningskonstanten for fosforoptag (mg/L)

3.2 Lysbegrænsningsfunktion (f_I)

$$f_I(I_{eff}) = \frac{I_{eff}}{I_{eff} + K_I} \quad (5)$$

Hvor:

- I_{eff} er den effektive lysintensitet ved dybde z ($\mu\text{E}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$)
- K_I er halv-mætningskonstanten for lys ($\mu\text{E}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$)

4. Effektiv Lysintensitet (I_{eff})

$$I_{eff} = I_0(t) \cdot e^{-k_d z} \quad (6)$$

Hvor:

- $I_0(t)$ er den indfaldende lysintensitet ved overfladen som funktion af tid ($\mu\text{E}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$)
- k_d er lysdæmpningskoefficienten (m^{-1})
- z er den gennemsnitlige lysdybde (m)

Lysdæmpningskoefficienten k_d beregnes som:

$$k_d = k_w + k_a A \quad (7)$$

Hvor:

- k_w er lysdæmpning på grund af vand (m^{-1})
- k_a er specifik lysdæmpning på grund af alger (m^2/mg)
- A er algebiomassekoncentrationen (mg/L)

5. Temperaturafhængighed af Vækst og Tabsrate

5.1 Maksimal Specifik Væksthastighed ($\mu_{max}(T)$)

$$\mu_{max}(T) = \mu_{ref} \cdot Q_{10}^{\left(\frac{T-T_{ref}}{10}\right)} \quad (8)$$

5.2 Tabsrate ($m(T)$)

$$m(T) = m_{ref} \cdot Q_{10}^{\left(\frac{T-T_{ref}}{10}\right)} \quad (9)$$

Hvor:

- μ_{ref} er reference maksimal specifik væksthastighed ved T_{ref} (dag^{-1})
- m_{ref} er reference tabsrate ved T_{ref} (dag^{-1})
- T er temperaturen ved tid t ($^{\circ}\text{C}$)
- T_{ref} er referencetemperaturen ($^{\circ}\text{C}$)
- Q_{10} er temperaturkoefficienten (typisk mellem 2 og 3)

6. Temperaturfunktion ($T(t)$)

$$T(t) = T_{mean} + T_{amp} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{365}(t - t_{peak})\right) \quad (10)$$

Hvor:

- T_{mean} er den gennemsnitlige årlige temperatur ($^{\circ}\text{C}$)
- T_{amp} er temperaturamplituden ($^{\circ}\text{C}$)
- t_{peak} er dagen med maksimal temperatur (f.eks. dag 213 for 1. august)

7. Incident Lysintensitet ($I_0(t)$)

$$I_0(t) = I_{mean} + I_{amp} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{365}(t - t_{peak})\right) \quad (11)$$

Hvor:

- I_{mean} er den gennemsnitlige indfaldende lysintensitet ($\mu\text{E}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$)
- I_{amp} er lysintensitetens amplitude ($\mu\text{E}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$)
- t_{peak} er dagen med maksimal lysintensitet (f.eks. dag 172 for 21. juni)

Parametere og Variabler

- A : Algebiomassekoncentration (mg/L)
- P_{uorg} : Uorganisk fosforkoncentration (mg/L)
- μ : Specifik væksthastighed (dag^{-1})
- m : Tabsrate (dag^{-1})
- τ : Søens opholdstid (dage)
- Y : Vækstydelse (mg alger/mg P)
- q_P : Fosforkvotient i alger (mg P/mg alger)
- K_s : Halv-mætningskonstant for fosforoptag (mg/L)
- K_I : Halv-mætningskonstant for lys ($\mu\text{E}/\text{m}^2\cdot\text{s}$)
- k_w : Lyddæmpning på grund af vand (m^{-1})
- k_a : Specifik lyddæmpning på grund af alger (m^2/mg)
- z : Gennemsnitlig lysdybde (m)
- $T(t)$: Temperatur ved tid t ($^{\circ}\text{C}$)
- T_{mean} : Gennemsnitlig årlig temperatur ($^{\circ}\text{C}$)
- T_{amp} : Temperaturamplitude ($^{\circ}\text{C}$)
- T_{ref} : Referencetemperatur ($^{\circ}\text{C}$)
- Q_{10} : Temperaturkoefficient
- $I_0(t)$: Indfaldende lysintensitet ved overfladen ved tid t ($\mu\text{E}/\text{m}^2\cdot\text{s}$)
- I_{mean} : Gennemsnitlig indfaldende lysintensitet ($\mu\text{E}/\text{m}^2\cdot\text{s}$)
- I_{amp} : Amplitude af lysintensitet ($\mu\text{E}/\text{m}^2\cdot\text{s}$)
- P_{in} : Fosforkoncentration i tilført vand (mg/L)